$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IH} = \alpha \overrightarrow{N_P} \ \alpha \in IR \\ H \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_H = 1+\alpha \\ y_H = \alpha \\ z_H = 0 \\ x_H + y_H = 0 \end{cases} \quad \alpha \in IR$$

$$\Rightarrow 1+2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{H\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)}$$

Exercice n° 25

$$D : \begin{cases} x = 1+\lambda \ (1) \\ y = 1-\lambda \ (2) \\ z = 2-\lambda \ (3) \end{cases} \quad \lambda \in IR$$

$(1)+(2) \Rightarrow x+y=2$

$(2)-(3) \Rightarrow y-z+1=0$

D'où les deux plans des équations respectifs : $x+y-2=0$ et : $y-z+1=0$ sont sécants su droite D

$x+y-2=0$ et : $y-z+1=0$ sont sécants suivant la droite D

a) le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D donc c'est un vecteur de P car D $\subset$ P

E (1,1 2) est un point de D donc c'est un point de P et comme A $\notin$ D alors on aura $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ est un vecteur de P non colinéaire avec $\vec{u}$ par suite les équations paramétriques de P sont :

$$P : \begin{cases} x = \alpha+\beta \\ y = 2-\alpha-\beta \ (\alpha,\beta) \in IR^2 \\ z = 2-\alpha \end{cases}$$

b) On a : $x+y=2$ donc $\boxed{P: x+y-2=0.}$

3) P et Q sont parallèles donc le plan Q à pour équation cartésienne, Q : $x+y+d=0$ or B $(0,0,1) \in Q$

$\Rightarrow d=0$ donc $\boxed{Q: x+y=0.}$

4) a) P et R sont perpendiculaires donc le vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ de P est un vecteur de R aussi D est incluse dans R donc $\vec{u}$ est un vecteur de R, alors le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de R il résulte :

R : $x-y+2z+d=0$

Comme E est un point de D et D est incluse dans P

Donc E appartient à P ce qui donne : $1-1+4+d=0$

$\Rightarrow d=-4$ Finalement $\boxed{R: x-y+2z-4=0.}$

$$\Leftrightarrow$$

e aux

$$\frac{|x_I - y_I + 2z_I - 4|}{\sqrt{6}} = \frac{|x_I + y_I - 2|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$|x_I - y_I + 2z_I - 4| = \sqrt{3}|x_I + y_I - 2|$$

Par exemple on prend I $(4, 0, \sqrt{3})$

Donc la sphère de centre I $(4, 0, \sqrt{3})$ et de rayon $\sqrt{2}$ est tangente aux plans P et R

c) De même le centre J (x_J, y_J, z_J) d'une sphère tangente aux plans R et P vérifie : $d(I,P) = d(I,R)$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{|x_J + y_J - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{|x_J + y_J|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$|x_J + y_J - 2| = |x_J + y_J|$$

Par exemple on prend J (1, 0, 0)

Donc la sphère de centre J (1, 0, 0) et de rayon $\frac{\sqrt{2}}{2}$ est tangente aux plans P et Q

Exercice n° 26

a) On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\begin{vmatrix}2 & -2\\0 & -1\end{vmatrix} = -2 \neq 0$

D'où $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ce qui montre que A, B et C ne sont pas alignés

b) A, B et C sont non alignés donc ils définissent un seul plan P

$$1-2\times1+2\times1-1=0 \Rightarrow A \in P$$
$$3-2\times1+2\times0-1=0 \Rightarrow B \in P$$
$$-1-2\times0+2\times1-1=0 \Rightarrow C \in P$$

Les cordonnées de A, B et C vérifient l'équation donc le plan P à pour équation : $x-2y+2z-1=0$

Qarray.tn - Agra Blech Qarray.tn